IN 101 - Cours 06

14 octobre 2011

présenté par
Matthieu Finiasz

Un problème concret
Utilisation de fichiers de log

- Des logs de serveur web ressemblent à cela :

```
127.0.0.1       - - [13/Oct/2010:09:40:02 +0000] "GET /server-status?auto HTTP/1.1" 200 439 "-" "libwww-perl/5.836"
182.46.10.154   - - [13/Oct/2010:09:40:07 +0000] "POST /m HTTP/1.1" 200 20 "http://site.com/" "Mozilla/5.0 (Windows; U;
                    Windows NT 6.0; fr; rv:1.9.1.13) Gecko/20100914 Firefox/3.5.13 ( .NET CLR 3.5.30729; .NET4.0C)"
182.46.10.154   - - [13/Oct/2010:09:40:08 +0000] "POST /m HTTP/1.1" 200 854 "http://site.com/" "Mozilla/5.0 (Windows; U;
                    Windows NT 6.0; fr; rv:1.9.1.13) Gecko/20100914 Firefox/3.5.13 ( .NET CLR 3.5.30729; .NET4.0C)"
182.53.208.200  - - [13/Oct/2010:09:40:27 +0000] "POST /m HTTP/1.1" 200 1112 "http://site.com/" "Mozilla/5.0 (Windows; U;
                    Windows NT 5.1; fr; rv:1.9.2.10) Gecko/20100914 Firefox/3.6.10"
182.46.10.154   - - [13/Oct/2010:09:41:07 +0000] "GET /gt?tb=676&a=head HTTP/1.1" 200 9462 "http://site.com/" "Mozilla/5.0 (Windows; U;
                    Windows NT 6.0; fr; rv:1.9.1.13) Gecko/20100914 Firefox/3.5.13 ( .NET CLR 3.5.30729; .NET4.0C)"
184.7.230.122   - - [13/Oct/2010:10:42:24 +0000] "GET /thumb?i=13622448 HTTP/1.1" 200 6805 "http://site.com/" "Mozilla/5.0 (Windows; U;
                    Windows NT 5.1; fr; rv:1.9.2.10) Gecko/20100914 Firefox/3.6.10 GTB7.1 ( .NET CLR 3.5.30729)"
184.7.230.122   - - [13/Oct/2010:10:42:24 +0000] "GET /thumb?i=13622349 HTTP/1.1" 200 7094 "http://site.com/" "Mozilla/5.0 (Windows; U;
                    Windows NT 5.1; fr; rv:1.9.2.10) Gecko/20100914 Firefox/3.6.10 GTB7.1 ( .NET CLR 3.5.30729)"
184.7.230.122   - - [13/Oct/2010:10:48:35 +0000] "GET /m?_=1286966914300&mt=feed&f=a_refresh&tm=1286966735&mid=5228&mid=5202&mid=5246&m
184.7.230.122   - - [13/Oct/2010:10:48:35 +0000] "POST /m HTTP/1.1" 200 695 "http://site.com/" "Mozilla/5.0 (Windows; U;
                    Windows NT 5.1; fr; rv:1.9.2.10) Gecko/20100914 Firefox/3.6.10 GTB7.1 ( .NET CLR 3.5.30729)"
182.53.208.200  - - [13/Oct/2010:11:25:05 +0000] "POST /m HTTP/1.1" 200 1038 "http://site.com/" "Mozilla/5.0 (Windows; U;
                    Windows NT 5.1; fr; rv:1.9.2.10) Gecko/20100914 Firefox/3.6.10"
184.7.230.122   - - [13/Oct/2010:11:25:35 +0000] "POST /m HTTP/1.1" 200 689 "http://site.com/" "Mozilla/5.0 (Windows; U;
                    Windows NT 5.1; fr; rv:1.9.2.10) Gecko/20100914 Firefox/3.6.10 GTB7.1 ( .NET CLR 3.5.30729)"
191.21.9.195    - - [13/Oct/2010:11:42:22 +0000] "GET /fav?i=4102 HTTP/1.1" 304 - "http://site.com/" "Mozilla/5.0 (X11; U;
                    Linux i686; en-US; rv:1.9.2.10) Gecko/20100914 Firefox/3.6.10"
191.21.9.195    - - [13/Oct/2010:11:42:22 +0000] "GET /thumb?i=13612162 HTTP/1.1" 304 - "http://site.com/" "Mozilla/5.0 (X11; U;
                    Linux i686; en-US; rv:1.9.2.10) Gecko/20100914 Firefox/3.6.10"
182.24.187.141  - - [13/Oct/2010:12:13:32 +0000] "GET /thumb?i=13622016 HTTP/1.1" 200 2645 "http://site.com/" "Mozilla/5.0 (Windows; U;
                    Windows NT 6.1; fr; rv:1.9.2.3) Gecko/20100401 Firefox/3.6.3"
182.24.187.141  - - [13/Oct/2010:12:13:32 +0000] "GET /thumb?i=13622463 HTTP/1.1" 200 5960 "http://site.com/" "Mozilla/5.0 (Windows; U;
                    Windows NT 6.1; fr; rv:1.9.2.3) Gecko/20100401 Firefox/3.6.3"
182.24.187.141  - - [13/Oct/2010:13:02:25 +0000] "POST /m HTTP/1.1" 200 1262 "http://site.com/" "Mozilla/5.0 (Windows; U;
                    Windows NT 6.1; fr; rv:1.9.2.3) Gecko/20100401 Firefox/3.6.3"
182.24.187.141  - - [13/Oct/2010:13:02:28 +0000] "POST /m HTTP/1.1" 200 20 "http://site.com/" "Mozilla/5.0 (Windows; U;
                    Windows NT 6.1; fr; rv:1.9.2.3) Gecko/20100401 Firefox/3.6.3"
```


Un problème concret
Utilisation de fichiers de log

- Des logs de serveur web ressemblent à cela :

```
127.0.0.1       - - [13/Oct/2010:09:40:02 +0000] "GET /server-status?auto HTTP/1.1" 200 439 "-" "libwww-perl/5.836"
182.46.10.154   - - [13/Oct/2010:09:40:07 +0000] "POST /m HTTP/1.1" 200 20 "http://site.com/" "Mozilla/5.0 (Windows; U;
                    Windows NT 6.0; fr; rv:1.9.1.13) Gecko/20100914 Firefox/3.5.13 ( .NET CLR 3.5.30729; .NET4.0C)"
182.46.10.154   - - [13/Oct/2010:09:40:08 +0000] "POST /m HTTP/1.1" 200 854 "http://site.com/" "Mozilla/5.0 (Windows; U;
                    Windows NT 6.0; fr; rv:1.9.1.13) Gecko/20100914 Firefox/3.5.13 ( .NET CLR 3.5.30729; .NET4.0C)"
182.53.208.200  - - [13/Oct/2010:09:40:27 +0000] "POST /m HTTP/1.1" 200 1112 "http://site.com/" "Mozilla/5.0 (Windows; U;
                    Windows NT 5.1; fr; rv:1.9.2.10) Gecko/20100914 Firefox/3.6.10"
182.46.10.154   - - [13/Oct/2010:09:41:07 +0000] "GET /gt?tb=676&a=head HTTP/1.1" 200 9462 "http://site.com/" "Mozilla/5.0 (Windows; U;
                    Windows NT 6.0; fr; rv:1.9.1.13) Gecko/20100914 Firefox/3.5.13 ( .NET CLR 3.5.30729; .NET4.0C)"
184.7.230.122   - - [13/Oct/2010:10:42:24 +0000] "GET /thumb?i=13622448 HTTP/1.1" 200 6805 "http://site.com/" "Mozilla/5.0 (Windows; U;
                    Windows NT 5.1; fr; rv:1.9.2.10) Gecko/20100914 Firefox/3.6.10 GTB7.1 ( .NET CLR 3.5.30729)"
184.7.230.122   - - [13/Oct/2010:10:42:24 +0000] "GET /thumb?i=13622349 HTTP/1.1" 200 7094 "http://site.com/" "Mozilla/5.0 (Windows; U;
                    Windows NT 5.1; fr; rv:1.9.2.10) Gecko/20100914 Firefox/3.6.10 GTB7.1 ( .NET CLR 3.5.30729)"
```

- On veut pouvoir facilement et efficacement trouver :
  - les lignes contenant une adresse IP,
  - les adresses IP ayant accédé à une page donnée,
  - la proportion de requêtes utilisant Linux...

  → dans un fichier de plusieurs millions de lignes.
- La commande `grep` permet de faire cela, mais comment ?

Recherche de motifs

Description du problème

- On veut savoir si un certain motif M apparaît dans un texte T
  - souvent, trouver toutes les instances du motif et leurs positions.
- Motif : $M =$ `"our"`.
- Texte : $T =$

```
Partir un jour sans retour,
Effacer notre amour,
Sans se retourner ne pas regretter
Garder les instants qu'on a volés.
Partir un jour sans bagages,
Oublier ton image,
Sans se retourner ne pas regretter
Penser à demain, recommencer.
```

IN101 - 2011-2012

Description du problème

- On veut savoir si un certain motif M apparaît dans un texte T
  - souvent, trouver toutes les instances du motif et leurs positions.
- Motif : $M =$ `"our"`.
- Texte : $T =$

```
Partir un jour sans retour,
Effacer notre amour,
Sans se retourner ne pas regretter
Garder les instants qu'on a volés.
Partir un jour sans bagages,
Oublier ton image,
Sans se retourner ne pas regretter
Penser à demain, recommencer.
```

IN101 - 2011-2012

Description du problème

- Plus formellement, on a un alphabet (bits, `char`...) et deux tableaux `T` et `M` de taille n et m d'éléments de cet alphabet
  - on cherches tous les décalages $s \in [0, n-m]$ tels que :

$$\forall j \in [0, m-1] \quad \texttt{M}[j] = \texttt{T}[s+j]$$

- Applications :
  - traitement de texte,
  - la commande `grep`,
  - recherche de séquences de gènes...

IN101 - 2011-2012

L'algorithme naïf

- Pour chaque s, on teste l'égalité avec le motif.

```
1  for (int s=0; s<n-m+1; s++) {
2    for (int j=0; j<m; j++) {
3      if (M[j] != T[s+j]) {
4        break;
5      }
6    }
7    if (j == m) {
8      printf("%d\n", s);
9    }
10 }
```

- Complexité dans le pire cas $\Theta(nm)$.
  - En moyenne $\rightarrow$ dépend de la taille de l'alphabet, mais $\Theta(n)$,

⚠ pour ce problème on est très rarement dans un cas moyen !

Algorithme de Rabin-Karp
Principe

- Principe : on aime mieux manipuler des nombres,
  - alphabet de taille d ⟶ codage du motif/texte en base d.
- On doit alors comparer les entiers :

$$p = \mathtt{M}[0] + \mathtt{M}[1] \times d + \ldots + \mathtt{M}[m-1] \times d^{m-1},$$

et pour un décalage de s :

$$t_s = \mathtt{T}[s] + \mathtt{T}[s+1] \times d + \ldots + \mathtt{T}[s+m-1] \times d^{m-1}.$$

- Le point important est que t_{s+1} se déduit facilement de t_s :

$$t_{s+1} = \frac{t_s - \mathtt{T}[s]}{d} + d^{m-1}\mathtt{T}[s+m] = \left\lfloor \frac{t_s}{d} \right\rfloor + d^{m-1}\mathtt{T}[s+m].$$

Algorithme de Rabin-Karp
Exemple

- Recherche de séquence d'ADN :
  - l'alphabet est $\{A, T, C, G\}$ et $d = 4$.
  - on choisit : $A = 0$, $T = 1$, $C = 2$ et $G = 3$.
- On prend $\mathtt{T} = ATACGGACT$ et $\mathtt{M} = GGA$
  - on trouve alors :

$$p = 3 + 3 \times d + 0 \times d^2 = 15$$

$$\begin{aligned}
t_0 &= 0 + 1 \times d + 0 \times d^2 = 4 \\
t_1 &= 1 + 0 \times d + 2 \times d^2 = 33 = \left\lfloor \tfrac{t_0}{d} \right\rfloor + 2 \times d^2 \\
t_2 &= 0 + 2 \times d + 3 \times d^2 = 56 = \left\lfloor \tfrac{t_1}{d} \right\rfloor + 3 \times d^2 \\
t_3 &= 2 + 3 \times d + 3 \times d^2 = 62 = \left\lfloor \tfrac{t_2}{d} \right\rfloor + 3 \times d^2 \\
t_4 &= 3 + 3 \times d + 0 \times d^2 = 15 = \left\lfloor \tfrac{t_3}{d} \right\rfloor + 0 \times d^2 \\
t_5 &= 3 + 0 \times d + 2 \times d^2 = 35 = \left\lfloor \tfrac{t_4}{d} \right\rfloor + 2 \times d^2 \\
t_6 &= 0 + 2 \times d + 1 \times d^2 = 24 = \left\lfloor \tfrac{t_5}{d} \right\rfloor + 1 \times d^2
\end{aligned}$$

Algorithme de Rabin-Karp
Code

```
1 void Rabin_Karp (int* T, int n, int* M, int m, int d) {
2   int i,h,p,t;
3   /* on calcule d^(m-1) une fois pour toute */
4   h = pow(d,m-1);
5   /* on calcule p */
6   p=0;
7   for (i=m-1; i>=0; i--) {
8     p = M[i] + d*p;
9   }
10  /* on calcule t_0 */
11  t=0;
12  for (i=m-1; i>=0; i--) {
13    t = T[i] + d*t;
14  }
15  /* on teste tous les décalages */
16  for (i=0; i<n-m; i++) {
17    if (t == p) {
18      printf("Motif trouvé à la position %d\n", i);
19    }
20    t = (t/d) + h*T[i+m];
21  }
22  if (t == p) {
23    printf("Motif trouvé à la position %d\n", n-m);
24  }
25 }
```


Algorithme de Rabin-Karp
Analyse de complexité

- Complexités des différentes étapes :
  - calcul de h en $\Theta(\log m)$ (ou simplement $\Theta(m)$),
  - calcul de p et t_0 en $\Theta(m)$,
  - $n - m$ calculs des t_s en $\Theta(1)$ donc $\Theta(n - m)$ au total.
- Complexité globale dans le pire cas optimale : $\Theta(n)$.

⚠ on considère que tous les calculs se font en $\Theta(1)$.

Algorithme de Rabin-Karp
Complexité "réelle"

- Plus d^m est grand, plus les calculs sont longs :
  - si $d^m < 2^{32}$ les calculs sont en $\Theta(1)$ (sur un CPU 32 bits),
  - sinon la complexité est $\Theta(\log(d^m)) = \Theta(m \log d)$
    - $\rightarrow$ $\log d$ est constant et on retrouve la complexité naïve : $\Theta(nm)$.

- Pour améliorer cela on fait les calculs modulo un entier adapté comme 65521 :
  - nombre premier,
  - plus petit que 2^{16} $\rightarrow$ produits possibles en temps $\Theta(1)$.
- Si $t_s = p \mod 65521$ on fait la comparaison naïve pour vérifier.

Algorithme de Rabin-Karp avec modulo

- Code similaire avec des modulo en plus.

(*cf.* poly p.111-112)

- Complexité :
  - dans le pire cas : $\Theta(nm)$
    - $\rightarrow$ tous les modulo sont égaux...
  - en moyenne : $\Theta(nm)$ aussi !
    - $\rightarrow$ avec une constante intéressante : $n + m \times (\mathcal{N}_{sol} + \frac{n}{65521})$.

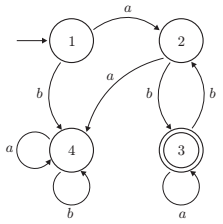
- En pratique, si $m \ll 65521$ cet algorithme est très efficace :
  - contrairement à l'algorithme naïf le pire cas n'arrive pas...
  - le modulo agit sur le motif complet $\rightarrow$ moins sujet à des biais.

Automates finis

Définition formelle

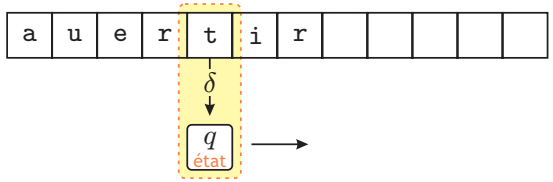
- Un automate fini est une « machine » pouvant se trouver dans un ensemble fini de configurations internes appelées états.
  - Son but : reconnaître mécaniquement des « mots ».

- Un automate fini déterministe est la donné de :
  - Σ un alphabet fini, $\{a, b\}$
  - Q un ensemble fini d'états, $\{1, 2, 3, 4\}$
  - $q_0 \in Q$ un état initial, 1
  - $F \subset Q$ un ensemble d'états finaux, $\{3\}$
  - $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ une fonction de transition.



Fonctionnement d'un automate

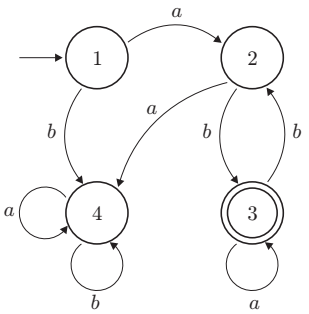
- Principe : l'automate démarre en q_0, lit un mot de Σ^* et suit la fonction de transition. On regarde si l'état d'arrivée est dans F.
- Dans l'état $q \in Q$, en lisant $\mathtt{t} \in \Sigma$, l'automate passe dans l'état $\delta(q, \mathtt{t})$ et avance d'une case.



- Le langage $\mathcal{L}$ reconnu par un automate est l'ensemble des mots qui l'amène dans un état final :

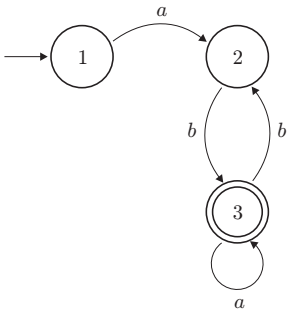
$$\mathcal{L} = \{\mathtt{W} \in \Sigma^*, q_0 \xrightarrow{\mathtt{W}} f, f \in F\}$$

Exemple d'automate



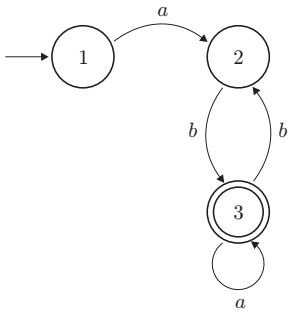
- Reconnaît par exemple les mots *ab*, *aba*, *abbb* et *ababbaa*.
- L'état 4 est un état rebut :
  - ce n'est pas un état final,
  - on n'en ressort jamais.

Exemple d'automate



- Reconnaît par exemple les mots *ab*, *aba*, *abbb* et *ababbaa*.
- L'état 4 est un état rebut :
  - ce n'est pas un état final,
  - on n'en ressort jamais.
- L'automate peut se simplifier.

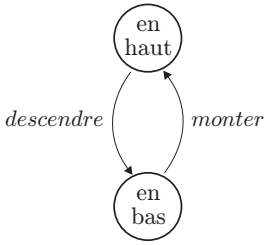
Exemple d'automate



- Cet automate reconnaît le langage $\mathcal{L} = ab(a|bb)^* = a(ba^*b)^*ba^*$:
  - ab signifie un a suivi d'un b,
  - $(a|bb)$ signifie a ou bb,
  - a^* signifie un nombre quelconque de a, y compris 0,
  - a^+ signifie un nombre strictement positif de a.

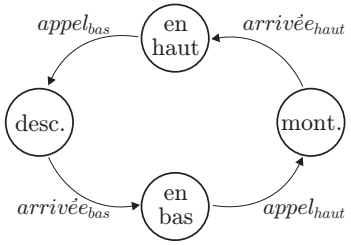
Exemple d'application des automates
L'ascenseur à 2 étages

- La modélisation la plus simple d'un ascenseur à 2 étages contient :
  - 2 états : en haut ou en bas,
  - 2 transitions possibles : monter ou descendre.
- On obtient un automate très simple :



Exemple d'application des automates
L'ascenseur à 2 étages

- Pour quelque chose de plus réaliste on complique un peu :
  - 4 états : en haut, ou en bas, montant ou descendant,
  - 4 transitions possibles : appel en haut, appel en bas, arrivée en haut ou arrivée en bas.
- On obtient un automate qui correspond aux vieux ascenseurs sans mémoire :

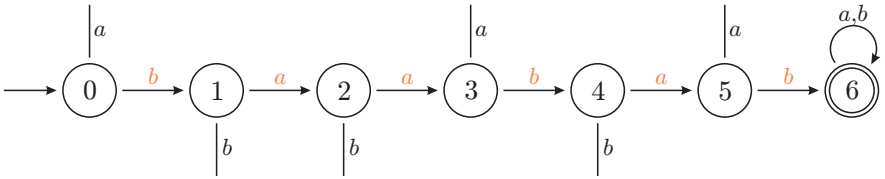


Automates pour la recherche de motif

- Pour tout motif $M \in \Sigma^*$ de longueur m, on peut construire un automate A qui reconnaît $\mathcal{L} = \Sigma^* M \Sigma^*$.
- Construction de l'automate :
  - l'alphabet de A est Σ,
  - A possède $m+1$ états numérotés $\{0, 1, ..., m\}$,
    - $\rightarrow$ A arrive dans l'état i en lisant les i premières lettres de M,
  - 0 est l'état initial,
  - m est l'unique état final (dont on ne ressort jamais),
  - reste à construire la fonction de transition δ...

Construction de l'automate

- On part d'un squelette qui suffit à reconnaître le mot *baabab*
  - reste à définir le reste de δ.



Construction de l'automate

- Soit M_i le préfixe de longueur i du motif M :
  - on est dans l'état i quand les i derniers caractères lus sont M_i,
  - quand on lit le caractère a :
    - si $M_i a = M_{i+1}$ on va dans l'état $i+1$,
    - sinon, on retourne dans l'état λ tel que M_λ est « le plus long suffixe de $M_i a$ ».

$$\lambda = \max\left\{j \in [0,i],\ \exists w \in \Sigma^+,\ wM_j = M_i a\right\}.$$

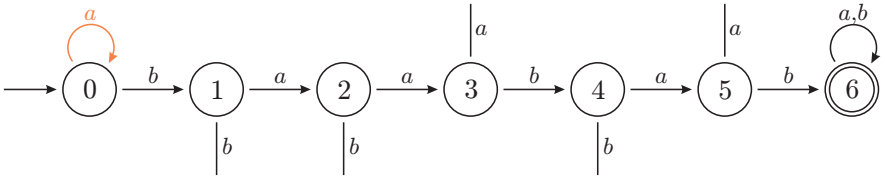
  - On a alors $\delta(i,a) = \lambda$.
  - Par exemple : $M_5 a = baabaa$

$$baabab \dashrightarrow \delta(5,a) = 3.$$

- Pour calculer ce λ on utilise la partie de l'automate déjà construite :
  - en lisant les i derniers caractères de $M_i a$ il se retrouve en λ.

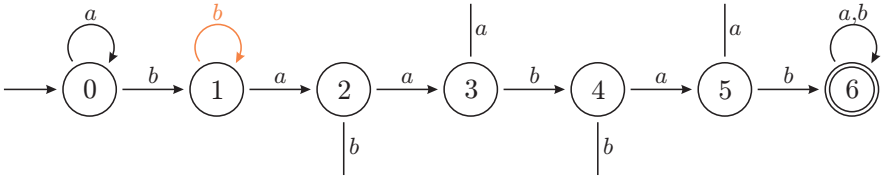
Construction de l'automate

- Pour l'état 0, tout ce qui n'amène pas en 1 fait rester en 0.



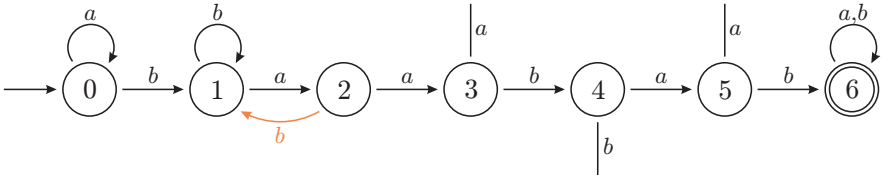
Construction de l'automate

- Pour l'état 1, si on lit b on doit regarder comment se comporte le dernier caractère de $M_1 b = bb$.



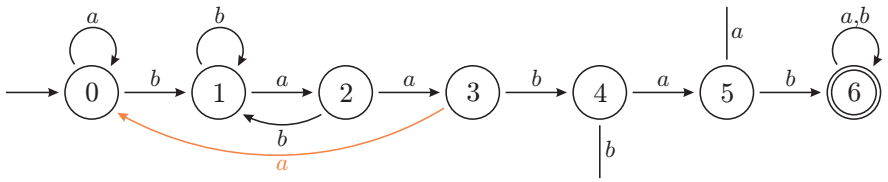
Construction de l'automate

- Pour l'état 2, si on lit b on doit regarder comment se comportent les 2 derniers caractères de $M_2 b = bab$.



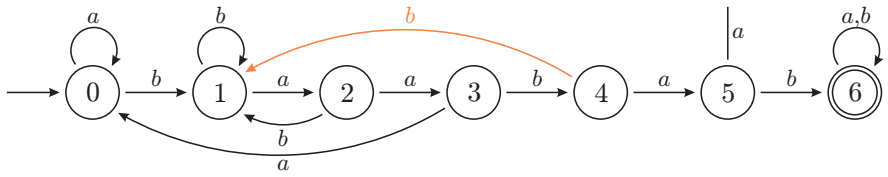
Construction de l'automate

- Pour l'état 3, si on lit a on doit regarder comment se comportent les 3 derniers caractères de $M_3a = baaa$.



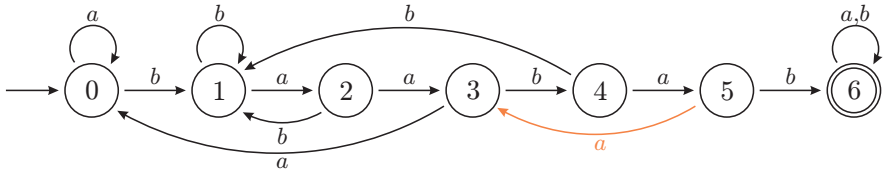
Construction de l'automate

- Pour l'état 4, si on lit b on doit regarder comment se comportent les 4 derniers caractères de $M_4b = baabb$.



Construction de l'automate

- Pour l'état 5, si on lit a on doit regarder comment se comportent les 5 derniers caractères de $M_5a = baabaa$.



Implémentation

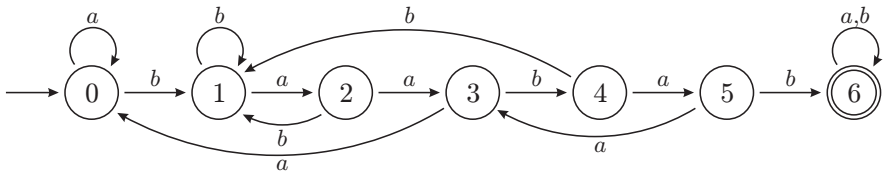
- Un automate peut se représenter par un état courant q et la fonction de transition δ
  - l'état courant est un `int`,
  - la fonction de transition est un tableau de taille $m+1 \times |\Sigma|$:
    `int d[m+1][TAILLE_ALPHABET];`
    `d[q][a]` vaut $\delta(q, a)$.

- Bien optimisée, la complexité de la construction de l'automate (le remplissage de la table `d`) est $\Theta(m|\Sigma|)$.
- La complexité en mémoire est aussi $\Theta(m|\Sigma|)$.

(*cf.* poly p.115)

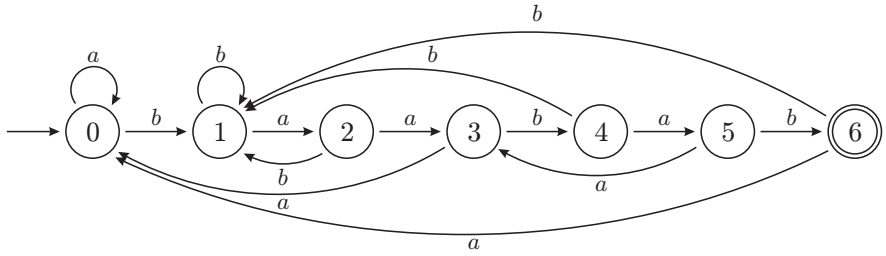
Modification de l'automate
Recherche de tous les motifs

- Cet automate permet de savoir si le motif *baabab* est présent.



Modification de l'automate
Recherche de tous les motifs

- Cet automate permet de savoir si le motif *baabab* est présent.
  - On le modifie un peu :
    - ⇾ dès qu'il passe dans l'état final le motif a été trouvé.



Recherche de motif par automate

```
1 void pattern_search (in m, in alph_size, in n, int* T, int** d) {
2   int q = 0;
3   for (int s=0; s<n; s++) {
4     q = d[q][T[s]];
5     if (q == m) {
6       printf("Motif trouvé à la position %d\n", s-m+1);
7     }
8   }
9 }
```

- La recherche est aussi simple que pour l'algorithme naïf.
  - la complexité est optimale $\Theta(n)$.
- Il faut quand même ajouter à cela le coût de construction :
  - temps en $\Theta(n + m|\Sigma|)$, espace en $\Theta(m|\Sigma|)$.

Autres utilisations des automates

- Sont utilisés pour programmer tous les appareils ayant un nombre fini d'états possibles :
  - ascenseur, machine à café...
- Utilisables pour tout ce qui a un état interne :
  - retenue d'un additionneur...
- Pour le recherche de motifs/reconnaissance d'un langage :
  - analyseur lexical, recherche de séquence ADN...
- Leur puissance de calcul est limitée :
  - ne peuvent pas reconnaître $\{a^n b^n, n \geq 0\}$,
  - pas d'analyse syntaxique (parenthèse bien formées...).
    - ⇾ les machines de Turing permettent de faire tout cela

Automates non-déterministes

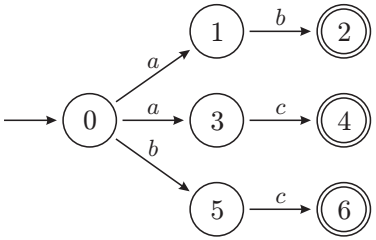
Automates non-déterministes

- Un automate non-déterministe peut avoir plusieurs transitions pour un même symbole et un même état :
  - plusieurs états d'arrivée possible pour un même mot lu,
  - un mot est reconnu si l'un des états possibles est final.
- Les deux familles permettent de reconnaître les mêmes langages
  - souvent, l'automate non-déterministe est plus facile à écrire.
- Un automate non-déterministe peut toujours être remplacé par un automate déterministe équivalent
  - un algorithme permet de faire facilement la conversion,
  - pour un automate non-déterministe à n états, le déterministe peut avoir jusqu'à 2^n états.

Parcours d'automate non-déterministe

Un premier exemple simple

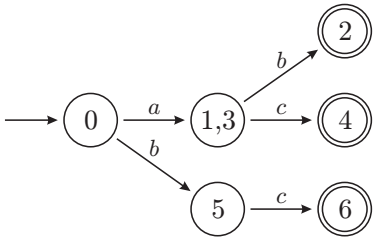
- Voici un automate qui reconnaît $(ab|ac|bc)$:



- Au lieu d'un seul état, on a un ensemble d'états courants $\subset Q$:
  - en lisant *aa* on passe par les états $\{0\}, \{1,3\}, \emptyset$
    - ⇾ on arrive sur l'ensemble vide, le motif n'est pas reconnu,
  - en lisant *ac* on passe par les états $\{0\}, \{1,3\}, \{4\}$
    - ⇾ 4 est un état final, le motif est reconnu.

Déterminisation d'un automate

- On procède comme pour le parcours non-déterministe :
  - chaque état du nouvel automate est un sous-ensemble de Q,
  - l'état initial reste le même,
  - tous les états contenant un état final sont finaux.
- Pour l'automate précédent on obtient :

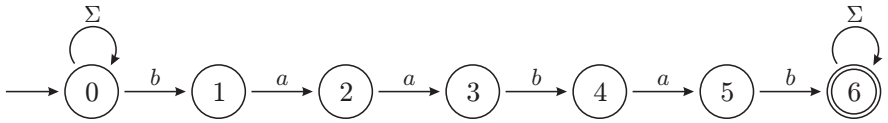


- On peut écrire de façon plus systématique un automate pour un langage donné.

Automate non-déterministe pour la recherche de motif

Tout devient simple...

- L'écriture de l'automate pour le motif *baabab* est instantanée :

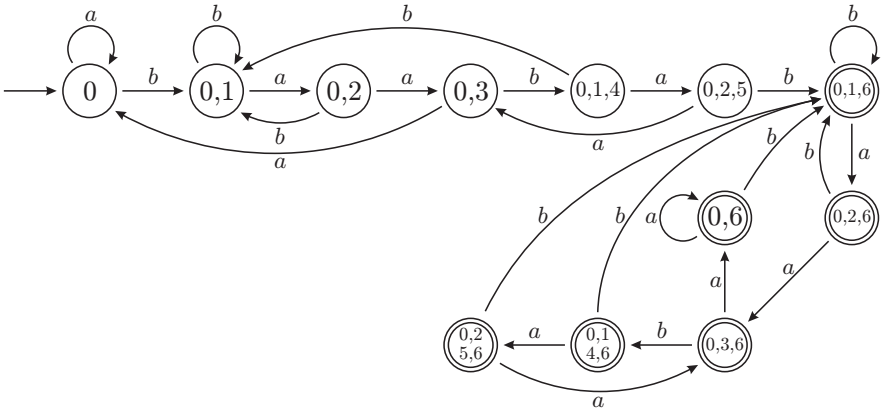


- En revanche, parcourir un tel automate est plus cher :
  - la table de transition ne contient pas juste un état, mais un ensemble d'états (jusqu'à $|Q| = m + 1$),
  - on ne part pas d'un seul état, mais de plusieurs,
    - ⇾ chaque étape du parcours coûte $\Theta(m^2)$ au lieu de $\Theta(1)$.
- On préfère déterminiser cet automate.

Automate non-déterministe pour la recherche de motif

...ou presque

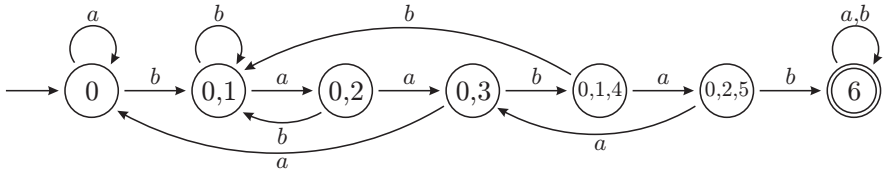
- L'automate que l'on obtient n'est pas aussi simple que l'on voudrait :



- Il faut donc le simplifier...

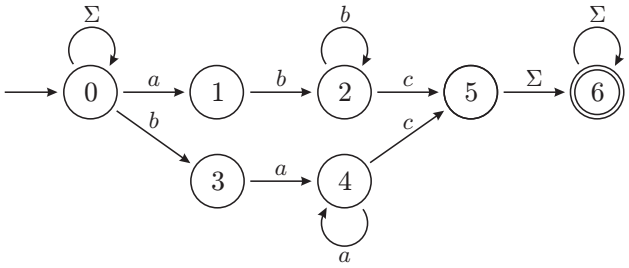
Simplification d'un automate

- Quelques règles simples existent :
  - deux états (de même nature) dont toutes les transitions sont identiques peuvent être fusionnés,
  - un état duquel aucune suite de symboles ne permet d'atteindre un état final peut être supprimé,
  - un état final duquel toute suite de symbole ramène sur un état final peut être bouclé sur lui-même.



Construction automatique d'automates non-déterministes

- Pour reconnaître le langage $\Sigma^*(ab^+|ba^+)c\Sigma^+$, il suffit de "coller" des petits automates.



- Il ne reste plus qu'à le déterminiser...

Ce qu'il faut retenir de ce cours

- La recherche de motif est un problème fréquent en informatique :
  - un bon algorithme doit être linéaire en la taille du texte,
  - le coût de la recherche ne doit pas dépendre de la taille du motif,
  - les automates offrent une solution optimale.

- Les automates ont aussi d'autres application :
  - représentation de toute « machine à états finis ».

- Pour construire un automate on commence souvent avec un automate non-déterministe :
  - la construction est souvent plus directe/plus simple,
  - la déterminisation est nécessaire, mais facilement automatisable.